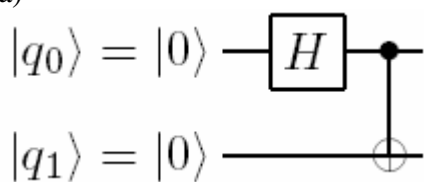


<b>Uniwersytet Zielonogórski</b>	Wykonali:	Grupa:	Nr ćwiczenia: 1	Ocena:
<b>Laboratorium</b>				
Temat: Podstawowe elementy obwodów kwantowych.	Prowadzący:	Data wyk. ćw.	Data odd. spr.	

Zadanie 1

W jaki sposób działają następujące obwody:

a)

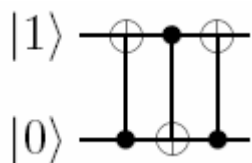


```
q=qcs.QubitReg(2);
q.Reset();
q.Pr();
    print
q.HadN(0);
q.CNot(0,1);
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |00>
0.707107 + 0.000000i |00>
0.707107 + 0.000000i |11>
```

c)

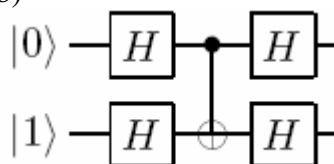


```
q=qcs.QubitReg(2);
q.SetKet('10');
q.Pr();
    print
q.CNot(1,0);
q.CNot(0,1);
q.CNot(1,0);
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |10>
1.000000 + 0.000000i |01>
```

b)

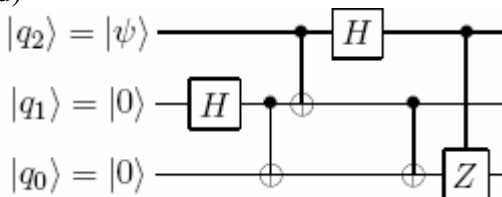


```
q=qcs.QubitReg(2);
q.SetKet('01');
q.Pr();
    print
q.HadN(0);
q.HadN(1);
q.CNot(0,1);
q.HadN(0);
q.HadN(1);
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |01>
1.000001 + 0.000000i |11>
```

d)



```
q = qcs.QubitReg(3);
q.Reset();
q.SetKet('000');
q.Pr();

    print

q.HadN(1);
q.CNot(1,0);
q.CNot(2,1);
q.HadN(2);
q.CNot(1,0);
q.CPauliZ(2,0);
q.Pr();
```

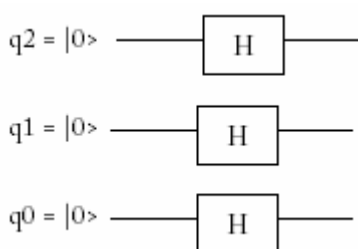
**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |000>
0.500000 + 0.000000i |000>
0.500000 + 0.000000i |001>
0.500000 + 0.000000i |010>
0.500000 + 0.000000i |011>
```

**Zadanie 2**

Narysować oraz sprawdzić w symulatorze obwód który wygeneruje stan:

$$\frac{1}{\sqrt{8}} \sum_{x \in \{0,1\}^3} |x\rangle = \frac{|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle}{\sqrt{8}}$$



```
q=qcs.QubitReg(3);
q.SetKet('000')
q.HadN(0);
q.HadN(1);
q.HadN(2);
q.Pr();
```

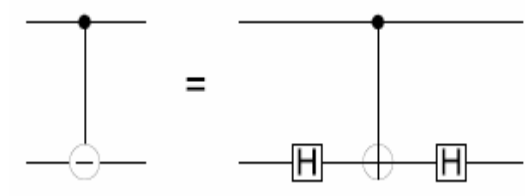
**WYNIK:**

```
0.353554 + 0.000000i |000>
0.353554 + 0.000000i |001>
0.353554 + 0.000000i |010>
0.353554 + 0.000000i |011>
0.353554 + 0.000000i |100>
0.353554 + 0.000000i |101>
0.353554 + 0.000000i |110>
0.353554 + 0.000000i |111>
```

**Zadanie 5**

Sprawdzić, czy prawdziwe następujące relacje pomiędzy obwodami

a)



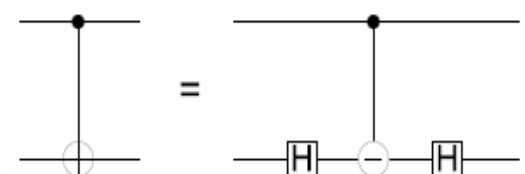
```
def CNotMinus(_r):
    _r.HadN(1)
    _r.CNot(0,1)
    _r.HadN(1)

q=qcs.QubitReg(2)
q.Reset()
CNotMinus(q)
q.PrFull()
print("=")
q.Reset()
q.HadN(1)
q.CNot(0,1)
q.HadN(1)
q.PrFull()
```

**WYNIK:**

```
1.000001 + 0.000000i |00>
0.000000 + 0.000000i |01>
0.000000 + 0.000000i |10>
0.000000 + 0.000000i |11>
=
1.000001 + 0.000000i |00>
0.000000 + 0.000000i |01>
0.000000 + 0.000000i |10>
0.000000 + 0.000000i |11>
```

b)



```
def CNotMinus(_r):
    _r.HadN(1)
    _r.CNot(0,1)
    _r.HadN(1)

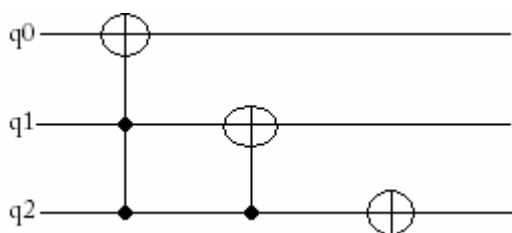
q=qcs.QubitReg(2)
q.SetKet("10")
q.CNot(0,1)
q.PrFull()
print("=")
q.SetKet("10")
q.HadN(1)
CNotMinus(q)
q.HadN(1)
q.PrFull()
```

**WYNIK:**

```
0.000000 + 0.000000i |00>
0.000000 + 0.000000i |01>
0.000000 + 0.000000i |10>
1.000000 + 0.000000i |11>
=
0.000000 + 0.000000i |00>
0.000000 + 0.000000i |01>
0.000000 + 0.000000i |10>
1.000001 + 0.000000i |11>
```

### Zadanie 8

Zaprojektować obwód zwiększający o jeden wartość stanu.



```
q=qcs.QubitReg(3);
q.SetKet('100')
q.Pr();

print "zwiekszenie"

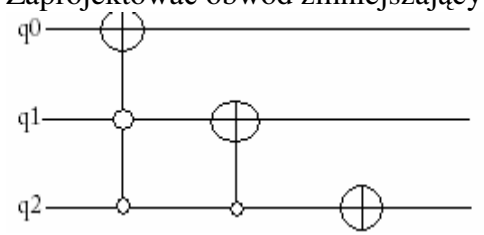
q.CNot2(2,1,0);
q.CNot1(2,1);
q.NotN(2);
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |100>
zwiekszenie
1.000000 + 0.000000i |101>
```

### Zadanie 9

Zaprojektować obwód zmniejszający o jeden wartość stanu.



```
q=qcs.QubitReg(3);
q.SetKet('100')
q.Pr();

print

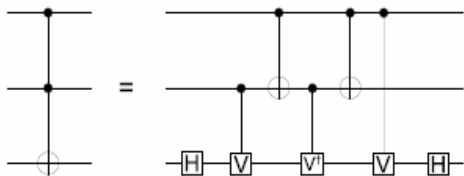
q.CNot2_zero(2,1,0);
q.CNot1_zero(2,1);
q.NotN(2);
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |100>
zmniejszenie
1.000000 + 0.000000i |011>
```

### Zadanie 11

Sprawdzić czy prawdziwa jest następująca relacja pomiędzy obwodami:



```
q=qcs.QubitReg(3);
q.SetKet("100");
q.CNot2(0,1,2);
q.Pr();

print "="

a=qcs.Complex();
a.re=1;
a.im=0;
b=qcs.Complex();
b.re=0;
b.im=0;
c=qcs.Complex();
c.re=0;
c.im=0;
d=qcs.Complex();
d.re=0;
d.im=-1;

m=qcs.two_qubit_synthesis_u_m
atrix_one_control_one_target
(3,1,2,a,b,c,d);

q.SetKet("100");
q.HadN(2);
q.CGateV(1,2);
q.CNot(0,1);
q.MatrixApply(m);
q.CNot(0,1);
q.CGateV(0,2);
q.HadN(2);
print
q.Pr();
```

**WYNIK:**

```
1.000000 + 0.000000i |100>
=
1.000001 + 0.000000i |100>
```

**Wnioski:**

W ćwiczeniu tym zajęliśmy się badaniem podstawowych elementów obwodów kwantowych.

W zadaniu pierwszym badaliśmy 4 obwody. Każdy obwód składał się z rejestru dwubitowego (zad. a, b, c) lub rejestru trzybitowego (zad. d). Ponadto obwody posiadały bramki kwantowe, na których przeprowadzane są elementarne operacje na qubitach i rejestrach kwantowych. Badane układy posiadały bramkę Hadamarda, bramkę CNOT oraz bramkę CPauliZ.

W zadaniu a) rejestr był w stanie bazowym  $|00\rangle$ . Po „przejściu” przez bramkę Hadamarda otrzymaliśmy ciąg operacji  $= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |10\rangle)$ . Bramka CNOT odpowiada klasycznej operacji XOR, a każdy stan bazowy przeprowadzony jest z regułą  $|00\rangle \rightarrow |00\rangle$ ,  $|01\rangle \rightarrow |01\rangle$ ,  $|10\rangle \rightarrow |11\rangle$ ,  $|11\rangle \rightarrow |10\rangle$ . Na wyjściu obwodu otrzymamy wynik  $= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ .

W zadaniu b) rejestr był w stanie bazowym  $|01\rangle$ . Układ zbudowany był z czterech bramek Hadamarda oraz jednej bramki CNOT. Przed bramką CNOT otrzymaliśmy wynik  $= \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle + |10\rangle - |11\rangle)$ . „Po przejściu” przez bramkę CNOT otrzymaliśmy wynik  $= \frac{1}{2}(|00\rangle - |01\rangle - |10\rangle + |11\rangle)$ . Ostatecznie na wyjściu układu otrzymaliśmy stan  $|11\rangle$  czyli wartość stanu zwiększona o dwa w stosunku do stanu początkowego.

W zadaniu c) rejestr był w stanie bazowym  $|10\rangle$ . Po „przejściu” przez pierwszą bramkę CNOT, stan rejestru się nie zmienił, ponieważ zgodnie z zasadami bramki, jeśli qubit kontrolny jest w stanie  $|0\rangle$ , to qubit docelowy się nie zmienia. Po „przejściu” przez drugą bramkę CNOT, stan rejestru zmienił się na stan  $|11\rangle$ , ponieważ zgodnie z zasadami bramki, jeśli qubit kontrolny jest w stanie  $|1\rangle$ , to qubit docelowy jest negowany, a wartość qubitów kontrolnych nie ulega zmianie. Taka sama sytuacja nastąpi po „przejściu” przez ostatnią bramkę i na wyjściu otrzymamy stan  $|01\rangle$ .

W zadaniu d) rejestr był w stanie bazowym  $|100\rangle$ . Po „przejściu” przez bramkę Hadamarda otrzymaliśmy ciąg operacji  $= \frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |010\rangle)$ . Pierwsza bramka CNOT spowodowała zmianę stanu na  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|000\rangle + |110\rangle)$ , a druga bramka nie wprowadziła żadnych zmian. Po „przejściu” przez bramkę Hadamarda stan obwodu  $= \frac{1}{2}(|000\rangle + |001\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$ . Bramka CNOT wprowadziła zmianę  $\frac{1}{2}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle)$ . Ostatecznie na wyjściu układu otrzymaliśmy stan  $\frac{1}{2}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle)$ .

Wszystkie obwody spełniały warunek normalizacyjny  $\sum_{k=0}^{2^n-1} |\alpha_k|^2 = 1$

W zadaniu drugim stan  $\frac{1}{\sqrt{8}}(|000\rangle + |001\rangle + |010\rangle + |011\rangle + |100\rangle + |101\rangle + |110\rangle + |111\rangle)$  uzyskaliśmy wykorzystując trzy bramki Hadamarda.

W zadaniu piątym sprawdzaliśmy relacje pomiędzy obwodami. W zadaniu a) stosując bramkę CMINUS otrzymaliśmy stan  $|00\rangle$ . W porównywanym obwodzie rejestr był w stanie bazowym  $|00\rangle$ . Po „przejściu” przez bramkę Hadamarda otrzymaliśmy ciąg operacji  $= \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |01\rangle)$ . Bramka CNOT nie wprowadziła zmian w obwodzie. Na wyjściu obwodu otrzymaliśmy stan  $|00\rangle$ . Porównywane obwody okazały się identyczne, co można było już wywnioskować po budowie bramki CMINUS.

W zadaniu b) rejestr był w stanie bazowym  $|10\rangle$ . Po przejściu przez bramkę CNOT uzyskaliśmy stan  $|11\rangle$ . W porównywanym obwodzie po „przejściu” przez bramkę Hadamarda utrzymaliśmy stan  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle + |11\rangle)$ , a dzięki bramce CMINUS otrzymaliśmy stan  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|10\rangle - |11\rangle)$ . Ostatecznie na wyjściu otrzymaliśmy stan  $|10\rangle$ . Porównywane obwody okazały się identyczne, co również można było wywnioskować ze schematu. Bramka CMINUS składa się z dwóch bramek Hadamarda oraz z bramki CNOT. Iloczyn dwóch bramek Hadamarda daje macierz jednostkową w wyniku czego w obwodzie pozostanie tylko bramka CNOT.

W zadaniu ósmym projektowaliśmy obwód zwiększający o jeden wartość stanu. Wykorzystaliśmy do tego trzy bramki CNOT.

W zadaniu dziewiątym zaprojektowaliśmy obwód zmniejszający o jeden wartość stanu. Wykorzystaliśmy do tego trzy bramki CNOT.

W zadaniu jedenastym porównywane obwody okazały się identyczne. Musieliśmy jednak zaprojektować do tego celu bramkę  $V^\dagger = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -i \end{bmatrix}$ .